Problem 1

1. ∃x(P(x)∧Q(x))

2. ∀x¬(P(x)∨Q(x))

3. ∀x(P(x)→Q(x))

4. ∀x(P(x)∨Q(x))

Problem 2

a) (∀xP(x))∨A ≡ ∀xP(x)∨∀xA ≡ ∀x(P(x)∨A)

b) (∃xP(x))∨A ≡ ∃xP(x)∨∃xA ≡∃x(P(x)∨A)

Problem 3

a) ∃!xP(x)→∃xP(x) ≡ 1

b) 当论域只含一个元素时真值为1, 否则真值为0.

c) ∃!x¬P(x)→∃x¬P(x) ≡ 1, ∃x¬P(x) ≡ ¬∀xP(x), ∃!x¬P(x)→¬∀xP(x) ≡ 1.

Problem 4

∃x∀a∀b∀c((x>0)∧(x≠a²+b²+c²)) // x, a, b, c的论域为整数

Problem 5

a) P(1, 1)∧P(1, 2)∧P(1, 3)∧P(2, 1)∧P(2, 2)∧P(2, 3)∧P(3, 1)∧P(3, 2)∧P(3, 3)

b) (P(1, 1)∨P(2, 1)∨P(3, 1))∧(P(1, 2)∨P(2, 2)∨P(3, 2))∧(P(1, 3)∨P(2, 3)∨P(3, 3))

Problem 6

{1, 2}使逻辑公式为真, {1, 2, 3}使逻辑公式为假.

Problem 7

¬∃x∀yP(x, y) ≡ ∀x¬∀yP(x, y) ≡ ∀x∃y¬P(x, y)

Problem 8

因为∃x¬P(x) //前提

根据存在例示, 有某个a, ¬P(a)成立.

∀x(P(x)∨Q(x)) //前提

根据存在例示, 有某个a, P(a)∨Q(a)成立.

根据析取三段论, 得到Q(a).

∀x(¬Q(x)∨S(x)) //前提

根据存在例示, 有某个a, ¬Q(a)∨S(a)成立.

根据析取三段论, 得到S(a).

∀x(R(x)→¬S(x)) ≡ ∀x(¬R(x)∨¬S(x)) //前提

根据存在例示, 有某个a, ¬R(a)∨¬S(a)成立.

根据析取三段论, 得到¬R(a).

根据存在生成, 得到∃x¬R(x).